Задачи по Квантовой Механике   Осень 2015
Задание 2: Одномерное движение

1. Рассмотрите частицу массы m в потенциале

$$V(x) = -\alpha\left[\delta(x+L) + \delta(x-L)\right].$$

   Сколько существует связанных состояний? Предположим, что частица находится в основном состоянии - притягиваются или отталкиваются дельта-функционные ямы? Иначе говоря, какова сила взаимодействия дельта-функций, наведенная частицей?

2. Гармонический осциллятор массы m и частоты ω находится в основном состоянии. Внезапно масса осциллятора меняется и становится равной m'. Найдите вероятность возбуждения осциллятора.

3. Частица массы m локализована в потенциале $U(x) = -\lambda\delta(x)$. При $t=0$ потенциал резко выключается. Найдите $\langle\psi|\hat{x}^2(t)|\psi\rangle$.

4. Рассмотрите потенциал

$$U(x) = -\frac{U_0}{1+|x/a|},$$

   предполагая его слабым, $U_0 \ll \frac{\hbar^2}{ma^2}$. Оцените энергию связанного состояния.

5. Покажите, что когерентное состояние $|\phi\rangle$ гармонического осциллятора, определенное как $|\phi\rangle = e^{\phi\hat{a}^+}|0\rangle$ для комплексного числа ϕ, обладает следующими свойствами:

   - $|\phi\rangle = \sum_n \frac{\phi^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle$,
   - $\langle\phi|\,|\phi'\rangle = e^{\phi^*\phi'}$,
   - $\langle\phi|\,A(\hat{a}^+,\hat{a})\,|\phi'\rangle = e^{\phi^*\phi'}A(\phi^*,\phi')$,
   - $\int \frac{d\phi^* d\phi}{2\pi}e^{-\phi^*\phi}|\phi\rangle\langle\phi| = \hat{1}$,

   где $A(\hat{a}^+,\hat{a})$ нормально упорядоченно (все операторы $\hat{a}^+$ расположены слева от операторов $\hat{a}$).

6. Рассмотрите гармонический осциллятор в переменном однородном внешнем поле:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{x}^2 - F(t)\,\hat{x},$$

предполагая, что при $t \to -\infty$ осциллятор находится в основном состоянии и сила $F(t)$ зануляется при $t \to \pm\infty$. Вычислите вероятность p того, что осциллятор останется в основном состоянии при $t \to \infty$ в общем виде (для произвольной зависимости $F(t)$). Вычислите эту вероятность p для частного случая $F(t) = F_0 e^{-(t/\tau)^2}$.