

Задачи по Квантовой Механике Осень 2015
Задание 3: Теория возмущений.

1. Рассмотрите систему с невозмущенным гамильтонианом вида

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_1 & 0 \\ 0 & 0 & E_2 \end{pmatrix},$$

где $E_2 > E_1$, при наличии возмущения

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & b \\ a^* & b^* & 0 \end{pmatrix}.$$

Предполагайте, что a и b одного порядка и много меньше, чем $E_2 - E_1$. Вычислите собственные значения возмущенного Гамильтониана 1) во втором порядке невырожденной теории возмущений, 2) во втором порядке вырожденной теории возмущений и 3) точно. Сравните полученные ответы.

2. Одномерный гармонический осциллятор частоты ω находится в основном состоянии при $t < 0$. В момент $t = 0$, включается слабое электрическое поле:

$$U(x) = -\mathcal{E}x \cos \omega_0 t.$$

Вычислите $\langle x \rangle$ как функцию времени при $t > 0$. Когда применим полученный результат?

3. Рассмотрите заряженную частицу, локализованную в потенциале $U(x) = -\lambda \delta(x)$. Вычислите сдвиг энергии основного состояния δE слабым электрическим полем $\mathcal{E}$.

4. Воспользовавшись интегральным уравнением

$$\psi(x) = e^{ipx} - \int G_E(x, x') U(x') \psi(x') dx',$$

где

$$G_E = i \sqrt{\frac{m}{2\hbar^2 E}} e^{i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} |x-x'|},$$

вычислите амплитуду отражения от потенциала

$$U(x) = -\frac{U_0}{\cosh^2 x/a}$$

в первых двух порядках теории возмущений. Когда применим полученный результат?

5. В полости радиуса R при $t < 0$ находится частица в основном состоянии. При $t = 0$ полость внезапно деформируется и становится эллипсом:

$$a = R \left(1 - \frac{\beta}{2}\right), \quad b = R \left(1 + \frac{\beta}{2}\right),$$

где $\beta \ll 1$. При $t > 0$ полость медленно меняет форму и снова становится окружностью радиуса R . Вычислите вероятность того, что после этого процесса частица окажется в возбужденном состоянии (для определения коэффициента в окончательном ответе, просуммируйте ряд численно).

6. Электрическое поле $\mathcal{E}$ внезапно прикладывается к атому водорода в основном состоянии. Вычислите вероятность перехода на ближайший возбужденный уровень.