

Final exam

10 декабря 2016 г.

Задача 1 Имеется острый плоский угол $\varphi \ll 1$, составленный из двух непроницаемых стенок, в вершине которого закреплён протон. Внутри угла может свободно двигаться электрон. Определите низколежащие уровни энергии такой системы.

Задача 2 Рассмотрите математический маятник массы m и длины L в поле тяжести g . Если ограничить угол отклонения $\phi \in (-\pi; \pi)$, то вблизи классического положения равновесия возникнет набор низколежащих уровней энергии. Однако, из-за периодичности по углу ϕ , в задаче возникает непрерывный спектр, при котором каждый из этих уровней энергии превращается в непрерывную зону (теорема Блоха). Определите ширины этих зон Δ_N с номерами $1 \ll N \ll \frac{mgL}{\hbar\omega}$ ($\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ — классическая частота малых колебаний).

Задача 3 Определите точную вероятность отражения и прохождения частиц энергии E через потенциальный барьер $U(x) = -\frac{m\omega^2 x^2}{2}$. Hint: эта задача очень похожа на задачу Ландау-Зенера.

Задача 4 Частица находится в основном состоянии в эллипсе с полуосями $a \gg b$. В некоторый момент времени отрезают часть эллипса с $x > a/2$. Определите время выхода частицы с экспоненциальной точностью.

Задача 5 Вычислите среднее значение от $\langle r^\nu \rangle$ по собственному состоянию атома водорода с $n \gg 1$ и $l = 0$.