Семинар 1. Основы квантовой механики.

Побойко Игорь

9 сентября 2017 года

С чем квантовая механика работает? Формализм бра- и кет-векторов.

Обсудим с технической точки зрения, с какими объектами оперирует квантовая механика. Большую часть свойств мы просто постулируем, а затем будем исследовать физические выводы, следующие из построенной теории.

- Состояние *замкнутой* системы полностью[1] описывается **волновой функцией** $|\psi\rangle$ (**вектор состояния**, **кет-вектор**). Волновая функция представляет собой вектор — элемент гильбертового пространства $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$. Волновые функции, отличающиеся на произвольный комплексный множитель, отвечают одной и той же физической системе.

Гильбертово пространство — это обобщение евклидового пространства на бесконечномерный случай. Напомним, что евклидово пространство — это линейное пространство (над комплексными числами $\mathbb{C}$) с определённым на нём скалярным произведением. Скалярное произведение волновых функций $|\chi\rangle$ и $|\psi\rangle$ обозначается как $\langle\chi|\psi\rangle$. Вектор $\langle\chi| = (|\chi\rangle)^\dagger$ представляет собой эрмитово сопряжение вектора $|\chi\rangle$ и называется **бра-вектор** (в конечномерном случае это представляет собой комплексное сопряжение и транспонирование). Для удобства, ниже мы будем считать что волновая функция нормирована на единицу, то есть $\langle\psi|\psi\rangle = 1$. Структура гильбертового пространства $\mathcal{H}$ (базис, размерность, и т.п.) определяется исключительно физической постановкой задачи (точно так же, как в классической физике определяется конфигурационное, или фазовое, пространство).

- Каждой физической величине O (такие величины в квантовой механике называются **наблюдаемыми**; примерами может служить энергия, импульс, координата, и т.п.) соответствует линейный оператор $\hat{O}$, действующий на этом гильбертовом пространстве. Этот оператор должен быть эрмитовым и самосопряжённым[2] $\hat{O} = \hat{O}^\dagger$.

Оператор $\hat{O}^\dagger$ называется эрмитово сопряжённым к $\hat{O}$, если

$$\forall \left|\psi\right\rangle, \left|\chi\right\rangle \in \mathcal{H} \mapsto \left\langle\chi\right| \hat{O} \left|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\right| \hat{O}^\dagger \left|\chi\right\rangle^* \equiv \left\langle \hat{O}^\dagger\chi|\psi \right\rangle \tag{1}$$

В случае конечномерного пространства, эрмитово сопряжение представляет собой транспонирование и комплексное сопряжение соответствующей матрицы: $\hat{O}^\dagger \equiv (\hat{O}^T)^*$. Объекты вида $\langle\chi|\hat{O}|\psi\rangle$ называются **матричными элементами** оператора $\hat{O}$.

Спектр эрмитовых операторов состоит из вещественных чисел (пока что мы будем считать спектр дискретным — имея под этим в виду, что спектр во всяком случае счётный; обратный случай непрерывного спектра мы разберём ниже):

$$\hat{O}\left|o_n\right\rangle = o_n \left|o_n\right\rangle, \quad o_n \in \mathbb{R}; \tag{2}$$

собственные вектора, соответствующие различным собственным числам, ортогональны[3]. Эти собственные вектора можно выбрать ортонормированными, и они образуют **полный набор**[4]. Два последних утверждения выражаются в соотношениях ортогональности и полноты, соответственно:

$$\boxed{\langle o_n|o_m\rangle = \delta_{nm}, \quad \sum_n \left|o_n\right\rangle\left\langle o_n\right| \equiv \hat{\mathbb{I}}} \tag{3}$$

Заметим, что $\hat{\mathbb{P}}_n = \left|o_n\right\rangle\left\langle o_n\right|$ представляет собой проектор на собственный вектор $|o_n\rangle$.

[1] Для систем, которые взаимодействуют с окружающей средой (или другими системами) — *открытых* систем — описание на языке волновых функций оказывается невозможным. Для описания таких систем используется формализм матриц плотности, с которым мы познакомимся позже.

[2] Понятия *эрмитовости* и *самосопряжённости* часто совпадают, но иногда могут различаться; и иногда это проявляется при решении конкретных задач, смотри сноску 4. На самом деле, достаточно существование *самосопряжённого расширения*. Подробнее можно прочитать в [Галицкий, задача 1.29].

[3] Доказательство этих утверждений тривиально, и любопытному читателю это предлагается сделать самому

[4] Для конечномерных операторов это следует из курса линейной алгебры. Для бесконечномерных операторов это утверждение нетривиально, и математики при определённых условиях умеют это доказывать. Мы же примем на веру, что в «хороших» случаях всё работает «как надо».

- Коэффициенты разложения произвольной волновой функции по базису собственных векторов наблюдаемой $\hat{O}$, $|\psi\rangle = \sum_n c_n |o_n\rangle$ — величины c_n — называют **амплитудами вероятности**. При этом $|c_n|^2$ дают вероятность, что при измерении[5] величины $\hat{O}$ будет получено значение o_n (тут мы уже предполагаем волновую функцию нормированной на единицу, так что $\langle\psi|\psi\rangle = \sum_n |c_n|^2 = 1$).

Коэффициенты разложения можно найти тривиальной процедурой, используя соотношение полноты базиса:

$$|\psi\rangle = \hat{\mathbb{I}} |\psi\rangle = \sum_n |o_n\rangle \langle o_n|\psi\rangle \Rightarrow c_n = \langle o_n|\psi\rangle \tag{4}$$

Набор этих коэффициентов, очевидным образом, полностью характеризует волновую функцию. О наборе величин c_n в таком случае говорят как о волновой функции в O-**представлении**[6].

Величина $\overline{O} = \langle O\rangle \underset{def}{\equiv} \langle\psi|\hat{O}|\psi\rangle = \sum_n |c_n|^2 o_n$ представляет собой среднее значение физической величины O в данном состоянии. Таким образом, если взять *ансамбль* систем, описываемых одинаковыми волновыми функциями $|\psi\rangle$, то в результате измерений величины O будут получаться различные значения из набора $\{o_n\}$. После измерения система проецируется на собственное подпространство, соответствующее измеренной величине o_n ($|\psi\rangle \mapsto \hat{\mathbb{P}}_n |\psi\rangle$; учтите, что такая процедура не сохраняет нормировку волновой функции $\langle\psi|\psi\rangle = 1$). Под «средним» имеется в виду *обычное статистическое среднее* в смысле усреднения по такому ансамблю.

Уравнение Шрёдингера

- Временная эволюция задаётся с помощью самосопряжённого оператора $\hat{H}$, называемого гамильтонианом, и задаётся **нестационарным уравнением Шрёдингера** (УШ):

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \hat{H}|\psi\rangle} \tag{5}$$

То, что это уравнение первого порядка (в отличии от, например, классической механики — уравнение Ньютона представляет собой уравнение второго порядка), связано с первым утверждением ($|\psi\rangle$ полностью характеризует состояние системы). То, что это уравнение — линейное, выражает собой **принцип суперпозиции**. Наличие i в этом уравнении отражает тот факт, что оно должно сохранять нормировку волновой функции $\langle\psi|\psi\rangle = \mathrm{const}$. Оператор $\hat{H}$ самосопряжённый, и тем самым соответствует физической наблюдаемой величине — энергии.

Энергетическое представление Особое значение для решения задач квантовой механики имеет базис собственных функций оператора энергии — функций, которые удовлетворяют **стационарному уравнению Шрёдингера**:

$$\boxed{\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle} \tag{6}$$

Временная эволюция собственных состояний гамильтониана тривиальна, сводится к «накручиванию фазы»:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = E|\psi(t)\rangle \Rightarrow |\psi(t)\rangle = e^{-iEt/\hbar}|\psi\rangle \tag{7}$$

Это, в свою очередь, означает, что система, будучи приготовленной в таком физическом состоянии, в нём и останется — ведь системы, отличающиеся на множитель, физически неотличимы. Поэтому такие состояния называют **стационарными состояниями**.

Если мы умеем находить все стационарные состояния — а их набор образует базис! — то мы, в действительности, умеем решать УШ. Действительно, пусть мы решаем УШ с начальным условием $|\psi(0)\rangle = |\psi\rangle$. Подставим в него волновую функцию в виде разложения по базису стационарных состояний $|\psi\rangle = \sum_n \psi_n |n\rangle\,, \quad \hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle$ (следуя терминологии, изложенной выше — перейдём в *энергетическое представление*):

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\sum_n \psi_n(t)|n\rangle = \hat{H}\sum_n \psi_n(t)|n\rangle \Rightarrow i\hbar\sum_n \frac{\partial\psi_n(t)}{\partial t}|n\rangle = \sum_n E_n\psi_n(t)|n\rangle \tag{8}$$

Слева и справа стоит разложение какого-то вектора по базису $\{|n\rangle\}$ — поэтому коэффициенты разложения равны (в этом можно убедиться, домножив всю строчку на некоторый другой собственный бра-вектор оператора энергии $\langle m|$, воспользовавшись тем, что $\langle m|n\rangle = \delta_{nm}$, и взяв тривиальные суммы). В связи с этим эволюция коэффициентов тривиальна:

$$\psi_n(t) = \psi_n(0)e^{-iE_nt/\hbar} \equiv \langle n|\psi\rangle\, e^{-iE_nt/\hbar} \tag{9}$$

[5]Про измерения, и «проблемы» интерпретации квантовой механики (на самом деле, проблем никаких нет), можно посмотреть лекцию Коулмэна «Quantum Mechanics in Your Face», а также прочитать [ЛЛ, пар. 7 «Волновая функция и измерения»].

[6]O следует заменить на конкретную физическую величину; если говорить о квантовой механике одной частицы, то чаще всего говорят об координатном представлении. Стоит отметить, что выбор представления, в котором приходится работать, диктуется исключительно вопросом удобства решения конкретной задачи. Заранее никакое из представлений не является выделенным!

Как следствие, мы научились полностью решать нестационарное уравнение Шрёдингера:

$$\boxed{|\psi(t)\rangle = \sum_n |n\rangle\, e^{-iE_n t/\hbar}\, \langle n|\psi\rangle} \tag{10}$$

Сохраняющиеся величины Сразу рассмотрим эволюцию среднего от некой физической величины $\langle O(t)\rangle \equiv \langle\psi(t)|\,\hat{O}\,|\psi(t)\rangle$. Согласно УШ:

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle O(t)\rangle = \frac{i}{\hbar}\langle\psi(t)|\,\hat{H}\hat{O} - \hat{O}\hat{H}\,|\psi(t)\rangle \equiv \frac{i}{\hbar}\left\langle \left[\hat{H}, \hat{O}\right]\right\rangle, \tag{11}$$

где через $\left[\hat{A}, \hat{B}\right] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ обозначается *коммутатор* двух величин A и B. Отсюда следует, что если величина *коммутирует* с гамильтонианом, то её среднее значение сохраняется. В частности, очевидным образом, гамильтониан коммутирует сам с собой; поэтому в квантовой механике энергия является сохраняющейся величиной[7].

Пример двухуровневой системы. Молекула аммиака[8] NH_3.

Будем рассматривать молекулу аммиака (представляющую собой неправильный тетраэдр с тремя молекулами водорода H в основании, и молекулой азота N в вершине) забыв на время о её поступательном или вращательном движении. Эта молекула допускает два различных состояния, которые получаются друг из друга операцией зеркального отражения молекулы относительно плоскости атомов водорода; мы будем их называть $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, и они будут образовывать базис нашего гильбертового пространства для данной задачи.

Из симметрии задачи естественно, что энергия этих состояний одинакова: $E_0 = \langle\uparrow|\,\hat{H}\,|\uparrow\rangle = \langle\downarrow|\,\hat{H}\,|\downarrow\rangle$; в силу эрмитовости гамильтониана, общий его вид — следующий:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} E_0 & \Delta \\ \Delta^* & E_0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

(для удобства тут и ниже мы будем считать $\Delta \in \mathbb{R}$). Собственные числа дают спектр возможных значений энергии; он даёт:

$$E_1 = E_0 - \Delta \Rightarrow |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \tag{13}$$

$$E_2 = E_0 + \Delta \Rightarrow |2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \tag{14}$$

Будем решать следующую задачу. В начальный момент времени система была приготовлена в состоянии $|\psi(0)\rangle = |\uparrow\rangle$. Мы интересуемся вероятностью обнаружить её через время t в каждом из состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$. Следуя логике из абзаца «энергетическое представление», нам нужно разложить начальное условие по стационарным состояниям:

$$|\psi(0)\rangle = |1\rangle \cdot \langle 1|\psi(0)\rangle + |2\rangle \cdot \langle 2|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle). \tag{15}$$

Значит, дальнейшая эволюция следующая:

$$|\psi(t)\rangle = \psi_1(t)\,|1\rangle + \psi_2(t)\,|2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-iE_1 t/\hbar}\,|1\rangle + e^{-iE_2 t/\hbar}\,|2\rangle). \tag{16}$$

Наконец, чтобы найти искомые вероятности, нам необходимо вернуться к базису $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$:

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{2}\left(e^{-iE_1 t/\hbar} + e^{-iE_2 t/\hbar}\right)|\uparrow\rangle + \frac{1}{2}\left(-e^{-iE_1 t/\hbar} + e^{-iE_2 t/\hbar}\right)|\downarrow\rangle = e^{-iE_0 t/\hbar} \cdot (\cos(\Delta t/\hbar)\,|\uparrow\rangle - i\sin(\Delta t/\hbar)\,|\downarrow\rangle) \tag{17}$$

что даёт нам искомые вероятности:

$$P_\uparrow(t) = \cos^2(\Delta t/\hbar), \quad P_\downarrow(t) = \sin^2(\Delta t/\hbar) \tag{18}$$

За счёт существования оффдиагонального матричного элемента Δ, «перемешивающего» состояния $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, возникает **туннелирование** между этими двумя состояниями (величина Δ в этой связи носит название **туннельного матричного элемента**). Это явление носит название **осцилляций Раби**.

[7] Этим и обусловлен выбор физической интерпретации $\hat{H}$ как оператора энергии; действительно, из классической физики — теоремы Нётер — известно, что сохраняющаяся физическая величина, связанная с инвариантностью по отношению к временным трансляциям — это энергия. Если же гамильтониан будет явно зависеть от времени $\hat{H} = \hat{H}(t)$, то, очевидным образом, эта инвариантность будет нарушена и энергия сохраняться не будет.

[8] Эта классическая задача обсуждается в не менее классической книге [ФЛФ, глава 7 «Аммиачный мазер»].

Операторы координаты и импульса. Непрерывный спектр

Часто операторы, соответствующие физическим величинам, обладают не дискретным спектром, а непрерывным. Примером такой системы может являться электрон, а исследуемая физическая величина — например, его координата x. В таком случае, соотношения, написанные выше для случая дискретного спектра, модифицируются.

- Собственные состояния определяются согласно $\hat{x}\left|x_0\right\rangle = x_0\left|x_0\right\rangle$.
- Разложение произвольной волновой функции выглядит в общем случае согласно:

$$|\psi\rangle = \int \psi(x)\,|x\rangle\,dx, \quad \psi(x) = \langle x|\psi\rangle \tag{19}$$

- Состояния непрерывного спектра невозможно нормировать на единицу; вместо этого их нормируют на δ-функцию; соотношение полноты тоже модифицируется:

$$\boxed{\langle x|x'\rangle = \delta(x-x'), \quad \int dx\,|x\rangle\langle x| = \hat{\mathbb{I}}} \tag{20}$$

- Величина $|\psi(x)|^2 dx$ даёт вероятность обнаружить значение величины x в элементе dx непрерывного спектра; так что $|\psi(x)|^2$ даёт плотность такой вероятности.

Координатный базис и оператор трансляции Часто работают с волновой функцией в координатном представлении. Например, в таком случае скалярное произведение записывается следующим образом:

$$\langle\chi|\psi\rangle \equiv \langle\chi|\underbrace{\int dx\,|x\rangle\langle x|}_{=\hat{\mathbb{I}}}|\psi\rangle = \int dx\chi^*(x)\psi(x) \tag{21}$$

Действие оператора координаты записывается следующим образом:

$$\hat{x}\psi(x) \underset{def}{\equiv} \langle x|\hat{x}|\psi\rangle = x\psi(x) \tag{22}$$

Определим теперь оператор трансляции на вектор a в этом базисе следующим образом:

$$\hat{T}_a|x\rangle \underset{def}{\equiv} |x-a\rangle \Rightarrow \hat{T}_0 = \hat{\mathbb{I}}, \quad \hat{T}_a\hat{T}_b = \hat{T}_{a+b} \tag{23}$$

Этот оператор — **унитарный** (в общем случае, он неэрмитов и не отвечает никакой физической величине):

$$\langle x|\hat{T}_a^\dagger \equiv \langle x-a| \Rightarrow \langle x|\hat{T}_a^\dagger\hat{T}_a|x'\rangle = \langle x-a|x'-a\rangle \equiv \langle x|x'\rangle \Rightarrow \boxed{\hat{T}_a^\dagger\hat{T}_a = \hat{\mathbb{I}}, \quad \hat{T}_a^\dagger = \hat{T}_{-a}} \tag{24}$$

Найдём также, как он действует на волновую функцию в координатном представлении:

$$\hat{T}_a\psi(x) \underset{def}{\equiv} \langle x|\hat{T}_a|\psi\rangle = \left\langle T_a^\dagger x|\psi\right\rangle = \langle x+a|\psi\rangle = \psi(x+a) \tag{25}$$

Используя разложение в ряд Тейлора, заметим следующее явное представление для оператора трансляции[9]:

$$\hat{T}_a\psi(x) \equiv \psi(x+a) = \psi(x) + a\cdot\psi'(x) + \frac{1}{2}a^2\psi''(x) + \cdots = \left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left(a\frac{\partial}{\partial x}\right)^n\right]\psi(x) = e^{a\frac{\partial}{\partial x}}\psi(x) \Rightarrow \boxed{\hat{T}_a = e^{a\frac{\partial}{\partial x}}} \tag{26}$$

Оператор импульса Для того, чтобы построить координатное представление оператора импульса, необходимо вспомнить, что импульс — сохраняющаяся величина, соответствующая симметрии по отношению к пространственным трансляциям. Инвариантность гамильтониана по отношению к трансляциям математически выражается в следующем виде:

$$\langle\chi|\hat{H}|\psi\rangle \equiv \int dx\chi^*(x)\hat{H}\psi(x) \equiv \int dx\chi^*(x+a)\hat{H}\psi(x+a) = \langle\chi|\hat{T}_a^\dagger\hat{H}\hat{T}_a|\psi\rangle \Rightarrow \hat{H} = \hat{T}_a^\dagger\hat{H}\hat{T}_a \Leftrightarrow \left[\hat{H},\hat{T}_a\right] = 0 \tag{27}$$

В частности, для инфинитезимальных (бесконечно малых) a следует, что $\left[\hat{H},\frac{\partial}{\partial x}\right] = 0$. Заметим, что оператор производной анти-эрмитов:

$$\langle\chi|\frac{\partial}{\partial x}|\psi\rangle = \int dx\chi^*(x)\frac{\partial}{\partial x}\psi(x) = \chi^*(x)\psi(x)|_{-\infty}^{\infty} - \int dx\frac{\partial}{\partial x}\chi^*(x)\psi(x) = -\left\langle\frac{\partial}{\partial x}\chi|\psi\right\rangle \Rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^\dagger = -\frac{\partial}{\partial x} \tag{28}$$

[9] В общем случае функция от оператора может быть определена действием на базисные вектора этого оператора: $f(\hat{O})|o_n\rangle = f(o_n)|o_n\rangle$; также можно определять её через разложение в ряд, как было, например, с матричной экспонентой в курсе дифференциальных уравнений

Значит, домножив его на i, мы получим эрмитов оператор, который сохраняется, если система трансляционно инвариантна — то есть импульс. Общепринятое определение следующее:

$$\boxed{\hat{p}\psi(x) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi(x)} \tag{29}$$

(выбор константы, вообще говоря, произволен — он отвечает лишь тому, в каких единицах мы импульс измеряем).

Замечание (теория групп) Совокупность всех трансляций $\hat{T}_a$ представляет собой *группу Ли* симметрий данной задачи; а действие этих операторов в $\mathcal{H}$ представляет собой *представление* этой группы. Из такой непрерывной симметрии следует, что *генераторы* этой группы Ли будут представлять собой физические сохраняющиеся величины. Это — общее утверждение, которое в дальнейшем позволит нам вывести также и операторы орбитального момента, которые связаны с группой Ли трёхмерных вращений $SO(3)$.

Спектр оператора импульса, импульсное представление У оператора импульса спектр непрерывный, как и у оператора координаты: $\hat{p}\,|p\rangle = p\,|p\rangle$. Определим эти состояния в координатном представлении:

$$\psi_p(x) \equiv \langle x|p\rangle \Rightarrow -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\psi_p(x) = p\psi_p(x) \Rightarrow \psi_p(x) = e^{ipx/\hbar} = \langle x|p\rangle \tag{30}$$

(опять-таки, константу перед экспонентой можно выбрать произвольной). Такие собственные состояния оператора импульса представляют собой плоские волны и называются **волнами Де-Бройля**. Эти состояния нужно нормировать; в нашем случае нормировка следующая:

$$\langle p|p'\rangle = \int dx\,\langle p|x\rangle\,\langle x|p'\rangle = \int dx\psi_p^*(x)\psi_{p'}(x) = \int dx e^{i(p'-p)x/\hbar} = 2\pi\hbar\delta(p-p') \tag{31}$$

что является одним из представлений дельта-функции. Тем самым, поскольку мы знаем, что базис этот полный (это следует из общих принципов, изложенных в первой части), то соотношение ортонормированности и полноты записывается следующим образом:

$$\boxed{\langle p|p'\rangle = 2\pi\hbar\delta(p-p'), \quad \hat{\mathbb{I}} = \int \frac{dp}{2\pi\hbar}\,|p\rangle\,\langle p|} \tag{32}$$

Эти соотношения чуть отличаются от записанных выше на примере координатного базиса; они оказываются чуть более удобными, и это проявится в виде аналогии с преобразованием Фурье. Напоследок, запишем явно формулы перехода от одного представления к другому:

$$\boxed{\begin{cases} \psi(p) & \equiv \langle p|\psi\rangle = \int dx\,\langle p|x\rangle\,\langle x|\psi\rangle \equiv \int dx e^{-ipx/\hbar}\psi(x) \\ \psi(x) & \equiv \langle x|\psi\rangle = \int \frac{dp}{2\pi\hbar}\,\langle x|p\rangle\,\langle p|\psi\rangle = \int \frac{dp}{2\pi\hbar} e^{ipx/\hbar}\psi(p) \end{cases}} \tag{33}$$

Таким образом, переход от координатного представления реализуется просто преобразованием Фурье.

Список литературы

[ЛЛ] Ландау, Лифшиц, курс теоретической физики, том 3 «Квантовая механика (нерелятивистская теория), 5-е изд. (2002)

[Галицкий] Галицкий В.М., «Задачи по квантовой механике. Часть 1», 3-е изд. (2001)

[ФЛФ] Фейнман, Лейтон, Сэндс, Фейнмановские лекции по физике, тома 8-9 «Квантовая механика»