

Задачи к семинару «Стационарное адиабатическое приближение. Быстрые и медленные подсистемы»

10 ноября 2018 г.

Задачи (100 баллов)

Задача 1. Жизнь в промежутке (25 баллов)

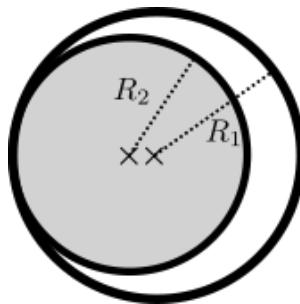


Рис. 1: Схема к задаче 1

Частица массы m находится между двумя бесконечными цилиндрами $|R_1 - R_2| \ll R_{1,2}$, которые касаются друг друга внутренним образом, как показано на рисунке. Найдите низколежащие энергетические уровни такой системы.

Задача 2. Поправки к адиабатике (30 баллов)

На семинаре была разобрана задача о движении свободной частицы в эллиптической полости с полуосами $a \gg b$. Определите ведущую поправку к энергии основного состояния такой системы.

Задача 3. Три частицы (20 баллов)



Рис. 2: Схема к задаче 3

В одномерный ящик ширины L помещены три частицы, две из которых имеют массу m , а третья находится между ними и имеет массу $M \gg m$. Частицы взаимодействуют точечным образом так, что они оказываются непроницаемы друг для друга. Определите низколежащие уровни энергии такой системы.

Задача 4. Фаза Берри (25 баллов)

Частица со спином $1/2$ массы m движется по кольцу радиуса R . В центр кольца помешён магнитный монополь, который создаёт на кольце большое магнитное поле B . Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2mR^2}\partial_\varphi^2 - \mu_B B(\cos \varphi \hat{\sigma}_x + \sin \varphi \hat{\sigma}_y) \quad (1)$$

Определите уровни энергии такой системы в пределе $\mu_B B \gg \frac{1}{mR^2}$.