

Задачи к семинару «Теория рассеяния и формула Борна»

11 февраля 2017 г.

Упражнения

Упражнение 1. Борновское приближение (20 баллов) В рамках Борновского приближения, рассмотрите рассеяние на следующих потенциалах:

1. (10 баллов) $V(\mathbf{r}) = V_0 \frac{a^n}{r^n + a^n}$, $n > 3$, случай медленных частиц $ka \ll 1$. Рассмотрите также предел $n \rightarrow \infty$, когда потенциал превращается в сферическую прямоугольную яму.
2. (10 баллов) $V(r) = \frac{\alpha}{r} e^{-\kappa r}$. Рассмотрите также предельный переход $\kappa \rightarrow 0$ (закон Кулона).

Задачи

Задача 1. Welcome to Flatland! (45 баллов)

Одномерье (15 баллов) Выведите формулы Борновского приближения для одномерного пространства. Амплитуда рассеяния определяется согласно:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + f(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \cdot ie^{ik|\mathbf{r}|}$$

Что из себя представляет величина f и как она связана с амплитудами прохождения и отражения t , r ? Что из себя представляет сечение рассеяния в одномерье?

Двумерье (30 баллов) А теперь повторите вывод и для двумерного пространства. В двумерье амплитуда определяется согласно:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + f(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \cdot e^{i\pi/4} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

Hint: функция Грина свободного движения выражается через какие-то из модифицированных функций Бесселя.

Задача 2. Глубокий мелкий рассеиватель? (15 баллов)

Рассмотрите рассеяние медленных частиц на одномерном потенциале $U(x) = -U_0 \frac{a}{a+|x|}$. Используя результат предыдущей задачи, вычислите коэффициент прохождения частиц в ведущем Борновском приближении.

Задача 3. Двухатомная молекула (20 баллов)

Смоделируем двухатомную полярную молекулу потенциалом вида $V(\mathbf{r}) = V_0(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{R}}{2}) + V_0(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{R}}{2})$ (вектор \mathbf{R} соединяет два атома, а $V_0(\mathbf{r})$ представляет собой потенциал рассеяния на отдельном атоме). В рамках Борновского приближения, свяжите дифференциальное сечение рассеяния на такой молекуле с сечением на отдельном атоме. Считая различные ориентации молекулы равновероятными, усредните по ним результат. Как связаны полные сечения рассеяния для случая медленных ($kR \ll 1$) и достаточно быстрых ($ka \sim 1$, но $R \gg a$, где a — характерный масштаб потенциала $V_0(r)$) частиц.