

Задачи к семинару «Фаза Берри»

1 апреля 2017

Упражнения (20 баллов)

Все упражнения и задачи на фазу Берри из семинара «Адиабатическое приближение» прошлого семестра.

Задача 1. Топологический изолятор из графена (25 баллов)

Как известно, графен в низкоэнергетическом пределе может быть описан гамильтонианом

$$\mathcal{H}_k = \sum_k \sigma_x \tau_z k_x + \sigma_y k_y.$$

Здесь σ -матрицы соответствуют пространству подрешеток, а τ -матрицы – пространству долин. Будем вводить в гамильтониан дополнительные члены, чтобы в спектре открылась щель.

1. Покажите, что введение дисбаланса энергий на подрешетках¹ (член в гамильтониане, пропорциональный σ_z) делает графен *тривиальным* топологическим изолятором.
2. Каким членом нужно открыть щель, чтобы графен стал топологическим Черновским изолятором? Докажите.

Задача 2. Аномальная скорость (25 баллов)

Выведите выражение для аномальной скорости, связанной с наличием кривизны Берри. В качестве одного из способов, можете рассмотреть адиабатическую эволюцию волнового пакета в однородном электрическом поле, введя его с помощью зависящего от времени вектор-потенциала.

Задача 3. Уровни Ландау в графене (30 баллов)

Рассмотрите электроны одной из долин графена на низких энергиях в магнитном поле (спектр считайте линейным). Найдите правило квантования уровней в квазиклассическом приближении. Как кривизна Берри модифицирует энергии уровней Ландау?

¹Этот член естественен для аналога графена – нитрида бора в аллоформе, аналогичной графену.