

Задачи к семинару «Инстантоны и туннелирование»

Упражнение. Квазиклассика (30 баллов)

Для двухъямного потенциала, что разбирался на семинаре, вычислите расщепление уровней в квазиклассическом приближении.

Задача. «Математический маятник» (70 баллов)

Рассмотрите движение частицы массы $m = 1$ в периодическом потенциале $U(x) = \lambda(1 - \cos \frac{x}{\eta})$. Вычислите одноинстантонный вклад в амплитуду перехода между двумя минимумами $0 \rightarrow 2\pi\eta$ за большое мнимое время β — Евклидову функцию Грина $G_E(2\pi\eta, 0, \beta)$.

1. **(5 баллов)** Найдите инстантонную траекторию, соответствующую такому переходу, вычислите действие на ней. Вычислите явно оператор, определяющий квадратичные флуктуации в окрестности инстантона.
2. **(10 баллов)** Исследуйте спектр полученного оператора. Вычислите фазовые сдвиги непрерывного спектра и уровни энергии связанных состояний.
3. **(10 баллов)** Рассмотрите отнормированный на осциллятор пропагатор. Идентифицируйте нулевую моду, выполните интегрирование по ней.
4. **(35 баллов)** Вычислите вклад в отношение определителей от дискретного и непрерывного спектра.
5. **(10 баллов)** Просуммируйте инстантонный газ для искомой амплитуды перехода. Сравнив полученный ответ с ответом для соответствующей модели сильной связи, извлеките из полученного ответа ширину зоны непрерывного спектра соответствующей квантомеханической задачи.