

Фазовая теория рассеяния

Задачи (100 баллов)

Задача 1. Flatland, you again? (20 баллов)

Постройте фазовую теорию рассеяния в двумерии для случая осесимметричных потенциалов. А именно, выразите через фазовые сдвиги δ_m амплитуду рассеяния $f(\varphi)$, парциальные сечения рассеяния σ_m и полное сечение σ , и выведите оптическую теорему.

Напомним, амплитуда рассеяния в двумерии выражается через асимптотику волновых функций следующим образом:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikr \cos \varphi} + f(\varphi) \cdot e^{i\pi/4} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

Задача 2. Мистические сокращения (20 баллов)

Используя результат предыдущей задачи, найдите фазовые сдвиги и сечение рассеяния для двумерного потенциала $V(r) = \frac{\beta}{2mr^2}$. Исследуйте предел «слабого» ($\beta \ll 1$, с точностью до членов $O(\beta^2)$, **10 баллов**) и «сильного» ($\beta \gg 1$, **10 баллов**) потенциала.

(Для любознательных) Полученный ответ может вас натолкнуть на некоторую гипотезу, которую, в принципе, можно потом проверить численно. Попробуйте её доказать.

Задача 3 (30 баллов)

Найдите точное выражение для произвольного парциального сечения рассеяния на твёрдом шаре σ_l . Исследуйте полученную формулу в следующих предельных случаях:

- (15 баллов) Оцените вклад p -канала для рассеяния медленных частиц;
- (15 баллов) Определите полное сечение рассеяния для быстрых частиц.

Задача 4 Рассеяние на потенциале $\sim 1/r^3$ (30 баллов)

Используя фазовую теорию, найдите сечение рассеяния достаточно быстрых частиц ($kL \gg 1$) на потенциале $V(r) = \frac{L}{2m(r^2+a^2)^{3/2}}$ при дополнительных предположениях:

1. (15 баллов) В случае $kL \ll \frac{L^2}{a^2}$. *Указание:* параметрически главный вклад в сечение приходит с моментов $l \gg (kL)^{1/3}$. Покажите, что вкладом от моментов $l \ll (kL)^{1/3}$ можно пренебречь.
2. (15 баллов) В случае $kL \gg \frac{L^2}{a^2}$. *Указание:* вычислите вклад моментов $l \gg (kL)^{1/3}$. Сравните результат с ответом, который получается из Борновского приближения. Применимо ли оно в данном случае?