

Распад метастабильного состояния

Упражнения (50 баллов)

Упражнение 1 (30 баллов)

В этом упражнении мы будем работать с потенциалом, рассматриваемом на семинаре

1. **(10 баллов)** Вычислите соответствующее отношение функциональных определителей.
2. **(20 баллов)** Найдите ширину уровней энергии для рассматриваемого на семинаре потенциала в квазиклассическом приближении. Сравните квазиклассическое приближение для основного состояния с найденным на семинаре ответом (см. комментарий к упражнению из семинара про двухъямный потенциал).

Упражнение 2 (20 баллов)

Рассмотрите следующий интеграл, сходящийся при $\text{Re} g > 0$:

$$I(g) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}x^2 - gx^4\right) \quad (1)$$

1. Постройте аналитическое продолжение этого интеграла на всю комплексную плоскость (включая область $\text{Re} g < 0$, где этот интеграл буквально расходится).
2. Считая $g \ll 1$, найдите линии Стокса для построенного аналитического продолжения. Найдите асимптотическое поведение интеграла в различных секторах комплексной плоскости. Что можно сказать про вклады на самой линии Стокса?

Задача (50 баллов)

Рассмотрите распад метастабильного состояния частицы массы $m = 1$ в потенциале $U(x) = \lambda x^2(\eta^2 - x^2)$. Рассматривая Евклидову функцию Грина $G_E(0, 0, \beta)$, найдите ширину уровня основного метастабильного состояния.

1. **(20 баллов)** Найдите одноинстантонные траектории, соответствующую такому переходу, вычислите действия на них. Вычислите явно оператор, определяющий квадратичные флуктуации в окрестности инстантона.
2. **(20 баллов)** Вычислите интегралы по нулевым модам, найдите соответствующий флуктуационный детерминант (используя метод Гельфанда-Яглома)
3. **(10 баллов)** Просуммируйте разреженный инстантонный газ, найдите ответ.