Фазовая теория рассеяния

Задачи (100 баллов)

Задача 1. Flatland, you again? (20 баллов)

Постройте фазовую теорию рассеяния в двумерие для случая осесиметричных потенциалов. А именно, выразите через фазовые сдвиги δ_m амплитуду рассеяния $f(\varphi)$, парциальные сечения рассеяния σ_m и полное сечение σ, и выведите оптическую теорему.

Напомним, амплитуда рассеяния в двумерие выражается через асимптотику волновых функций следующим образом:

$$\psi(\boldsymbol{r}) = e^{ikr\cos\varphi} + f(\varphi) \cdot e^{i\pi/4} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

Задача 2. Мистические сокращения (30 баллов)

Используя результат предыдущей задачи, найдите фазовые сдвиги и сечение рассеяния для двумерного потенциала $V(r) = \beta/2mr^2$. Исследуйте предел «слабого» ($\beta \ll 1$, с точностью до членов $O(\beta^2)$, **15 баллов**) и «сильного» ($\beta \gg 1$, **15 баллов**) потенциала.

(Для любознательных) Полученный ответ может вас натолкнуть на некоторую гипотезу, которую, в принципе, можно потом проверить численно. Попробуйте её доказать.

Задача 3 (20 баллов)

Найдите точное выражение для произвольного парциального сечения рассеяния на твёрдом шаре σ_l. Исследуйте полученную формулу в следующих предельных случаях:

- **(10 баллов)** Оцените вклад p-канала для рассеяния медленных частиц;
- **(10 баллов)** Определите полное сечение рассеяния для быстрых частиц.

Задача 4 Рассеяние на потенциале $\sim 1/r^3$ (30 баллов)

Используя фазовую теорию, найдите сечение рассеяния достаточно быстрых частиц ($kL \gg 1$) на потенциале $V(r) = L/2m(r^2+a^2)^{3/2}$ при дополнительных предположениях:

1. **(15 баллов)** В случае $kL \ll L^2/a^2$. *Указание*: параметрически главный вклад в сечение приходит с моментов $l \gg (kL)^{1/3}$. Покажите, что вкладом от моментов $l \ll (kL)^{1/3}$ можно пренебречь.
2. **(15 баллов)** В случае $kL \gg L^2/a^2$. *Указание*: вычислите вклад моментов $l \gg (kL)^{1/3}$. Сравните результат с ответом, который получается из Борновского приближения. Применимо ли оно в данном случае?