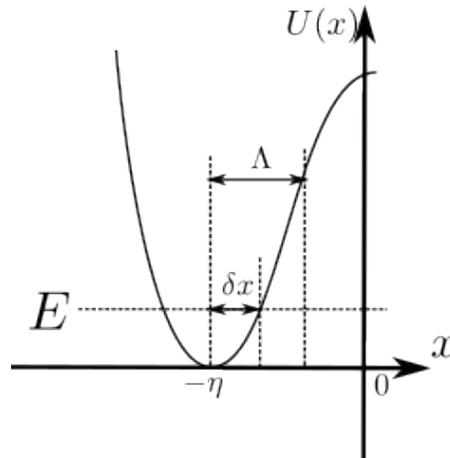


Инстантоны и туннелирование

Упражнение. Квазиклассика (40 баллов)

Для двухъямного потенциала, что разбирался на семинаре, вычислите расщепление уровней в квазиклассическом приближении. Насколько квазиклассическое приближение отличается от правильного ответа, даваемого инстантонным вычислением?

Указание: обратите внимание: квазиклассическое приближение, вообще говоря, гарантирует правильный численный фактор в ответе. Поскольку действие логарифмически зависит от δx (см. схему), то для сравнения ответов необходимо произвести вычисление этого действия с **точностью до числа под логарифмом**.



Для этого предлагается использовать два упрощения. Во-первых, заметно проще вычислять не само действие, а его производную по энергии; проинтегрировав которую, можно восстановить всю зависимость от энергии. Во-вторых, для вычисления производной оказывается удобно разделить область интегрирования, введя промежуточный масштаб $\delta x \ll \Lambda \ll \eta$ (см.рис), так чтобы на отрезке $[-\eta, -\eta + \Lambda]$ потенциал всё ещё можно было аппроксимировать квадратичным, а на интервале $[-\eta + \Lambda, 0]$ можно было раскладываться по малой энергии. Убедитесь, что после асимптотической оценки интегралов, зависимость от Λ в ответе пропадает.

Задача. «Математический маятник» (60 баллов)

Рассмотрите движение частицы массы $m = 1$ в периодическом потенциале $U(x) = \lambda(1 - \cos(x/\eta))$. Вычислите одноинстантонный вклад в амплитуду перехода между двумя минимумами $0 \rightarrow 2\pi\eta$ за большое мнимое время β — Евклидову функцию Грина $G_E(2\pi\eta, 0, \beta)$.

- (5 баллов)** Найдите инстантонную траекторию, соответствующую такому переходу, вычислите действие на ней. Вычислите явно оператор, определяющий квадратичные флуктуации в окрестности инстантона.
- (10 баллов)** Исследуйте спектр полученного оператора. Вычислите фазовые сдвиги непрерывного спектра и уровни энергии связанных состояний.
- (10 баллов)** Рассмотрите отнормированный на осциллятор пропагатор. Идентифицируйте нулевую моду, выполните интегрирование по ней.
- (35 баллов)** Вычислите вклад в отношение определителей от дискретного и непрерывного спектра.
- (10 баллов)** Просуммируйте инстантонный газ для искомой амплитуды перехода. Сравнив полученный ответ с ответом для соответствующей модели сильной связи, извлеките из полученного ответа ширину зоны непрерывного спектра соответствующей квантомеханической задачи.